

## SOBRE RICARDO MAÑÉ

EZEQUIEL MADERNA

El día 9 de marzo de 2015, previo al inicio de nuestra escuela de investigación CIMPA “Hamiltonian and Lagrangian Dynamics” realizada en la ciudad de Salto, se cumplían veinte años desde la desaparición física del gran matemático uruguayo *Ricardo Mañé*. Algunos de los participantes y organizadores de este evento tuvimos la suerte y el agrado de conocerlo personalmente; en particular Gonzalo Contreras, Jorge Delgado, Miguel Paternain y Alvaro Rovella realizaron estudios de doctorado bajo su orientación en el Instituto de Matemática Pura y Aplicada (IMPA, Brasil). No fue sorpresa constatar que todos los participantes – incluso entre los estudiantes más jóvenes – conocían en mayor o menor grado de profundidad, pero de forma ineludible, sobre los importantes aportes de Mañé a la matemática. Tampoco es sorprendente que en otras reuniones científicas, congresos o seminarios dedicados a los sistemas dinámicos y en diversos lugares del mundo, se citen frecuentemente sus resultados o los problemas que dejó planteados. Según *Mathematical Reviews* de la American Mathematical Society, al día de hoy las cincuenta publicaciones indexadas de su pluma cuentan con más de dos mil citaciones, aunque esta información es absolutamente insuficiente si queremos transmitir la importancia de su legado científico. Tampoco es nuestro objetivo hacerlo en este breve artículo – el lector interesado encontrará abundante literatura sobre la vida y obra de Ricardo Mañé – salvo sobre algunos aspectos de sus últimos trabajos que abordaremos más adelante. Un artículo que a mi juicio sintetiza fielmente muchas características personales de Mañé es el que fuera publicado en *Revista Matemática Universitaria* de la Sociedad Brasileira de Matemática en el número 18 correspondiente al mes de junio de 1995 (pp.1-18) con el título *Triálogo sobre Ricardo Mañé*. Consiste en una entrevista simultánea a Welington De Melo, Jacob Palis y Marcelo Viana.

*Ricardo Mañé Ramírez* nació en Montevideo el día 14 de enero de 1948. A finales de la década del sesenta realizaba estudios en la Facultad de Ingeniería, donde su padre *Edelmiro Mañé* era profesor de termodinámica. Su madre, *María Adelaida Ramírez* era una conocida artista lírica uruguaya. Mientras estudiaba los fundamentos de la carrera de ingeniero electricista, se incorporó a un grupo de estudiantes de matemática de dicha facultad, y se interesó particularmente por los problemas que planteaba el profesor Lewowicz sobre la teoría de los sistemas dinámicos. En 1971 solicitó con éxito la admisión en el programa de doctorado del IMPA, Río de Janeiro, donde se doctoró bajo la orientación de Jacob Palis, y posteriormente desarrolló su brillante carrera, formó a decenas de matemáticos e influyó a muchos más con su profunda visión de la matemática.

Reinstaurada la democracia en Uruguay y liberado de prisión José Luis Massera en 1985, se inicia en Uruguay un importante proceso de reconstrucción académica que condujo al desarrollo y la consolidación de su escuela matemática. A fines de los ochenta los matemáticos que realizaban investigaciones en el país se contaban con los dedos de las manos y casi todos eran retornados del exterior. Actualmente esa cifra es aproximadamente diez veces mayor. Ricardo Mañé no fue ajeno a esa reconstrucción, visitaba esporádicamente los grupos de matemáticos que crecían en Montevideo, y realizaba también un puente importante entre estos equipos y el IMPA, en el cual se formaron una gran cantidad de los actuales matemáticos uruguayos. Recuerdo vivamente mi primer encuentro con Ricardo Mañé a principios de 1993. Siendo yo un estudiante de la licenciatura en matemática en la nueva facultad de Ciencias, me había interesado en la conjetura de Aizerman sobre estabilidad asintótica en grande. Había logrado probar la conjetura con ciertas hipótesis adicionales. Nuestro encuentro se produjo una tarde en el lugar inevitable: corredor del Instituto de Matemática y Estadística “Rafael Laguardia” de la Facultad de Ingeniería. Se presentó diciéndome que venía de Brasil y que alguien le había comentado algo de mi trabajo, sobre el cual conversamos un momento, al tiempo que me solicitó una copia de las notas que había redactado. En ese momento, ignoraba por completo quien era esa extraña persona y de hecho me olvidé por completo de ese encuentro hasta la tarde del día siguiente, en que volvemos a vernos, esta vez en el Centro de Matemática de la Facultad de Ciencias. Había leído todo minuciosamente, me sugirió ciertas mejoras y me indicó posibles caminos para poder continuar trabajando en el problema. Meses más tarde, en mayo, recibí la noticia de que el problema había sido resuelto completamente por Carlos Gutiérrez. Gracias a una invitación que me extendió Mañé para visitar el IMPA durante enero y febrero de 1994 pude hablar personalmente con Gutiérrez. Durante mi primer estadía en ese instituto pude comprender la importancia que tenía Mañé para la comunidad que lo integraba. Asistía casi siempre por las tardes, y era consultado permanentemente por colegas y estudiantes, tanto en los corredores como en su oficina o en la sala del café. Se percibía claramente la gran admiración que allí todos le profesaban, y era notable ver como se deleitaba colaborando con sus ideas en las diferentes problemáticas que le planteaban. Nadie dejaba la conversación con Mañé con las mismas ideas que había llegado. Tampoco se perdía la oportunidad de hablar de temas polémicos, de criticar a diestra y siniestra de forma tan aguda y sarcástica que causaba generalmente la risa de todos quienes lo escuchaban hablar. Recuerdo también su enorme conocimiento en materia de ópera y música clásica, y en especial recuerdo largas conversaciones que mantuvimos sobre la obra sinfónica de Mahler – sobre la cual opinaba que debía reducirse en duración a la mitad, sin afectar en lo más mínimo la primera de ellas – y las diferentes interpretaciones que conocíamos.

Dedicó los últimos años de su carrera científica al estudio de los sistemas dinámicos lagrangianos, realizando notables descubrimientos en esta disciplina. Motivado primero por la lectura de algunos trabajos de Sergey Bolotin, y luego por los artículos de John Mather sobre las medidas minimizantes para sistemas lagrangianos autónomos, logra desentrañar un concepto que resultó fundamental para todos los desarrollos posteriores de esta teoría: el del valor de energía crítico de un sistema lagrangiano. Podemos describirlo grosso modo como un valor peculiar de la energía del sistema, cuyo correspondiente conjunto

de nivel contiene necesariamente ciertos conjuntos invariantes caracterizados por propiedades variacionales globales. Estos conjuntos son esenciales para la comprensión de la dinámica global: de alguna forma articulan el sistema tal como las órbitas parabólicas lo hacen en las ecuaciones de Kepler. Por otra parte, percibió que la complejidad dinámica de estos conjuntos invariantes no admite a priori limitación alguna y que, sin embargo, la descripción de los mismos debía ser factible para sistemas genéricos. No es difícil constatar que desde entonces, se han publicado una gran cantidad de artículos de investigación inextricablemente relacionados a este importante concepto, que lo desarrollan, o que lo vinculan con otras teorías. Por ejemplo, resulta imposible distinguir hoy las fronteras entre los resultados obtenidos originalmente por Mañé, y los que forman parte de la teoría de Aubry-Mather, o la teoría weak KAM iniciada por Albert Fathi poco más tarde.

Mañé viajó a Montevideo a fines de noviembre de 1994, entre otras cosas para votar en las elecciones nacionales del día domingo 27 de ese mes, en las cuales su primo *Juan Andrés Ramírez* era candidato a la presidencia de la República. Su visita debía extenderse por algunas semanas y de hecho, a mediados del mes de diciembre, dictó una conferencia en el Centro de Matemática que en aquel entonces funcionaba en su local propio en la calle Eduardo Acevedo. Describió entonces sus más recientes trabajos sobre dinámica lagrangiana, explicando el fuerte vínculo que tenían con la mencionada teoría de Aubry-Mather. Fue aclamado por el público presente, que al igual que el resto de la comunidad científica, en aquella época ya reconocía en Mañé a uno de los matemáticos del mayor relieve internacional. Tenía previsto su regreso a Río de Janeiro, donde vivía, para poco días después de las fiestas tradicionales de fin de año, las cuales pasaría en compañía de su familia. Ocurre entonces algo absolutamente inesperado y trágico, que lo lleva a permanecer en Montevideo hasta el final de sus días, tres meses más tarde: los médicos le detectan el inicio de una metástasis, por causa de un cáncer de pulmón. Mientras su salud comienza a deteriorarse rápidamente, él se ocupa con gran empeño de poner sobre papel todas las ideas matemáticas que proyectaba desarrollar. Recuerdo haber llevado en ese entonces a la casa de su madre, donde recibía todas las tardes la visita de familiares y amigos, media docena de libros que me encargó pedir en préstamo de nuestra biblioteca. Muchas tardes nos encontrábamos todos en la vereda de su casa, esperando que termine la entrevista sistemática que Ricardo mantenía con un sacerdote. El 8 de marzo de 1995, internado en el sanatorio español en la calle Garibaldi, Mañé continuaba escribiendo sus extensas notas. Finalmente, las mismas dieron lugar a su célebre publicación póstuma *Lagrangian flows: the dynamics of globally minimizing orbits* en el Boletín de la Sociedad Matemática Brasileira del año 1997. Obviamente, muchos detalles quedaron inconclusos, pero en los años que siguieron dichas omisiones fueron subsanadas, sus observaciones fueron ampliadas o corregidas, y muchas de las demostraciones fueron finalmente establecidas con el mayor rigor que caracteriza el trabajo matemático (ver por ejemplo [1]).

En esa línea de investigación, una importante pregunta subsiste hasta el día de hoy a pesar de los importantes avances recientes: los especialistas se refieren a ella como *conjetura de Mañé*, a pesar de que Mañé nunca fue muy explícito en su formulación. El problema es decidir si es cierto o no que para cualquier sistema lagrangiano (convexo, superlineal, sobre una variedad cerrada) son genéricas las perturbaciones que hacen que el conjunto invariante crítico (conjunto de Aubry)

consista exclusivamente de una órbita periódica hiperbólica o un punto de equilibrio hiperbólico. Mañé logró probar que, sumando a un tal lagrangiano una función genérica de las posiciones, es posible lograr que el sistema perturbado admita una única medida minimizante. Recientemente, los trabajos de Contreras, Figalli y Rifford [2, 3] permitieron establecer que en dimensión dos, es decir en superficies, genéricamente el soporte de la única medida minimizante consiste en una órbita periódica o un punto de equilibrio. En variedades de dimensión tres o superior el problema se mantiene abierto.

Es para mi un placer y un gran honor presentar este volumen de las Publicaciones Matemáticas del Uruguay, dedicado a la memoria de este notable amigo, maestro y matemático.

Montevideo, 9 de marzo de 2016.

#### REFERENCIAS

- [1] G. Contreras, R. Iturriaga, G. Paternain, M. Paternain, *Lagrangian Graphs, Minimizing Measures and Mañé's Critical Values*, GAFA Geom. funct. anal. **8** n.5 (1998), pp.788–809.
- [2] G. Contreras, A. Figalli, L. Rifford, *Generic hyperbolicity of Aubry sets on surfaces*, Invent. math. **200** n.1 (2015), pp.201–261.
- [3] G. Contreras, *Ground states are generically a periodic orbit*, Invent. math. **205** n.2 (2016), pp.383–412.



*Ricardo Mañé, 1948–1995.*

Ilustración de Horacio Cassinelli