

## LAS TAREAS ENFOCADAS EN SIMILITUDES Y DIFERENCIAS EN EL APRENDIZAJE DE LAS TRANSFORMACIONES LINEALES EN LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICA

ANA MALDONADO

**RESUMEN.** En el marco del Diploma en Matemática mención Enseñanza (ANEP-UdelaR) se realiza un proyecto de investigación en Matemática Educativa que intenta contribuir a la mejora de la enseñanza de las transformaciones lineales en la formación inicial de profesores de matemática. Para lograr tal propósito, se diseñaron actividades enfocadas en similitudes y diferencias considerando que estas permiten generar cierto grado de incertidumbre en el estudiante. Se realizó la experimentación de una de las actividades y se analizó la producción matemática de los estudiantes centrándose en la elaboración de conjeturas y el establecimiento de conexiones entre conceptos.

### 1. DESARROLLO

La idea del trabajo surgió a partir de la práctica docente realizada en un grupo de Geometría y álgebra lineal en el IPA (Instituto de Profesores Artigas), en el marco de una asignatura del Diploma en Matemática. Observé que los estudiantes reaccionaban con asombro frente a las actividades propuestas y la diversidad de respuestas correctas.

Se ha reportado que el estudiante de formación docente es propenso a enseñar del modo en que se le ha enseñado (Fernández Pérez, 1994, citado en Marcelo, 1994). Por lo tanto, las tareas que se proponen a los estudiantes de profesorado y la forma en que se les solicita que se aproximen a ellas, tienen un rol fundamental en su formación.

Se han desarrollado varios estudios referidos a la enseñanza del álgebra lineal. Algunas de las principales dificultades en el estudio del álgebra lineal son el obstáculo del formalismo (Dorier, J., Robert, A., Robinet, J. y Rogalski, M., 2000, citado en Sierpinska, 2000), que refiere a la escasa competencia de los estudiantes en lógica, teoría elemental de conjuntos y manipulación de expresiones algebraicas, junto a una pérdida de conexión entre las nuevas definiciones y los conocimientos previos (Dorier et al., 2000). Esto conlleva que los estudiantes no hagan uso de los conocimientos abstractos y se limiten a trabajar con un conjunto de algoritmos y procedimientos (Dubinsky, Dauterman, Leron y Zazkis, 1994). Ortega (2002) plantea que, cuando la enseñanza se centra en adquirir habilidades de manipulación, desmotiva al estudiantado generando poca participación activa. Sobre lo reportado específicamente a transformaciones lineales, se evidencia la existencia de mecanización en la verificación de la linealidad (Oktaç y Trigueros, 2010) y dificultad en la comprensión del concepto contemplando su interpretación geométrica-funcional-matricial (Maturana

y Parraguez, 2013). Se destaca que la comprensión del concepto de transformación lineal es compleja por su gran conexión con varios conceptos tales como espacio vectorial, función, coordenadas de un vector, combinación lineal, base, entre otros (Uicab y Oktaç, 2006, Roa Fuentes y Oktaç, 2012, Maturana y Parraguez, 2014). Se recomienda el diseño de tareas que estimulen al estudiante a considerar los conceptos involucrados y las relaciones que existen entre ellos, generando experiencias que los conduzcan a construir su propio conocimiento, motivando la generación de conjeturas con sus respectivas argumentaciones (Uicab y Oktaç, 2006, Oktaç y Trigueros, 2010).

Con el objetivo de favorecer el aprendizaje de las transformaciones lineales y contemplando las metodologías sugeridas para la enseñanza de conocimientos matemáticos, diseñamos tareas enfocadas en similitudes y diferencias (Zaslavsky, 2008) que pudieran promover instancias de incertidumbre (Zaslavsky, 2005) que, a su vez, fomentan los procesos de argumentación y la elaboración de pruebas. Buscando evidenciar su potencial en el contexto planteado, testeamos una actividad diseñada en un grupo de profesorado de matemática. En esta etapa el objetivo fue explorar y analizar la producción matemática de los estudiantes, centrada en la elaboración de conjeturas y el establecimiento de conexiones entre conceptos, cuando trabajan en la tarea.

Se diseñaron tres tareas considerando el contexto en el que se trabajó el tema transformaciones lineales en la institución de formación donde se testeó una de dichas tareas.

Se realizó la puesta en escena de una tarea diseñada y el análisis de las reacciones y elaboraciones de los estudiantes frente a la resolución de esta. La actividad se trabajó de manera exploratoria con un grupo de estudiantes de segundo año de profesorado de matemática del IPA de la asignatura Geometría y álgebra lineal. La clase estuvo a cargo de la docente investigadora y la metodología de trabajo empleada para conducirla fue de corte clínico, se escuchó a los estudiantes devolviendo las preguntas que estos formularon a los otros estudiantes y planteó preguntas que promovieron el conflicto cognitivo. La clase duró sesenta minutos, los primeros treinta minutos se trabajó en subgrupos y posteriormente se realizó la puesta en común, toda la clase fue audio grabada.

En ambas etapas se integra al profesor encargado del grupo donde se testea la actividad, pues tiene gran experiencia en el dictado del curso. Además, dado su conocimiento del grupo, es quien determina el momento de aplicación en función de los contenidos trabajados en la clase.

Una diferencia manifestada por el profesor, entre la tarea diseñada testeada y las actividades tradicionales del tema, es que se logró identificar el pensamiento y la comprensión matemática de los estudiantes.

La experimentación de la actividad permitió detectar algunos aspectos de los antecedentes:

- el obstáculo del formalismo (Dorier et al, 2000);
- en algunas instancias el estudiante tendió a usar procedimientos mecánicos (Otega, 2002);
- la relevancia de los conceptos previos asociados a transformación lineal (Oktaç y Trigueros, 2010, Roa Fuentes y Oktaç, 2012);
- la importancia de la conexión entre los conceptos previos con los posteriores (Uicab y Oktaç, 2006);

- el obstáculo de hallar la imagen de un vector a partir de la matriz asociada a una transformación lineal (Maturana y Parraguez, 2014).

En la experimentación de la actividad los estudiantes:

- mantuvieron un alto nivel de atención y discusión;
- abordaron de distintas formas la actividad;
- priorizaron la comprensión sobre la obtención de resultados;
- experimentaron cierto estado de incertidumbre;
- manifestaron preferencias personales;
- conjeturaron y utilizaron métodos de prueba para sus argumentaciones, comunicando ideas matemáticas;
- utilizaron como herramienta varios conceptos y proposiciones al servicio de la exploración para comparar las transformaciones lineales.

#### REFERENCIAS

- [1] Dorier, J., Robert, A., Robinet, J. y Rogalski, M. (2000). The Obstacle of Formalism in Linear Algebra. En J. Dorier (Ed.), *On the Teaching of Linear Algebra* (pp. 85-124). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [2] Dubinsky, E., Dauterman, J., Leron, U. y Zazkis, R. (1994). On learning fundamental concepts of Group Theory. *Educational studies in Mathematics*, 27, 267-305. Kluwer Academic Publishers.
- [3] Marcelo, C. (1994). Investigaciones sobre prácticas en los últimos años: qué nos aportan para la mejora cualitativa de las prácticas. Ponencia presentada al III Symposium Internacional sobre Prácticas Escolares, Poio.
- [4] Maturana, I. y Parraguez, M. (2013). Transformaciones lineales. Una mirada desde la teoría APOE. *CLAME, Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 26, 881-890.
- [5] Maturana, I. y Parraguez, M. (2014). Una mirada cognitiva a las transformaciones lineales. Articulación entre las interpretaciones: matricial y funcional. *CLAME, Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, 441-449.
- [6] Oktaç, A. y Trigueros, M. (2010). ¿Cómo se aprenden los conceptos de álgebra lineal? *RELIME, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13 (4-II), 373-385.
- [7] Ortega, P. (2002). La enseñanza del Álgebra Lineal mediante sistemas informáticos de cálculo algebraico. Tesis doctoral no publicada. Universidad Complutense de Madrid. España. Recuperado desde: <http://biblioteca.ucm.es/tesis/edu/ucm-t25694.pdf>.
- [8] Roa Fuentes, S. y Oktaç, A. (2012). Validación de una descomposición genética de transformación lineal: un análisis refinado por la aplicación del ciclo de investigación de la teoría APOE. *RELIME, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15 (2), 199-232.
- [9] Sierpinska, A. (2000). On some aspects of students' thinking in linear algebra. En J.-L. Dorier (Ed.), *On the Teaching of Linear Algebra*. Kluwer Academic Publishers, 209-246.
- [10] Uicab, R. y Oktaç, A. (2006). Transformaciones lineales en un ambiente de geometría dinámica. *RELIME, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (3), 459-490.
- [11] Zaslavsky, O. (2005). Seizing the opportunity to create uncertainty in learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 297-321.
- [12] Zaslavsky, O. (2008). Attention to similarities and differences: A fundamental principle for task design and implementation in mathematics education. Invited presentation at the Topic Study Group (TSG34) on Research and Development on Task Design and Analysis, the 11th International Congress on Mathematics Education (ICME-11), Monterrey, México. Recuperado desde <http://tsg.icme11.org/document/get/290>.

CES, CETP, CFE. URUGUAY.

*Email address:* [anamaldo@gmail.com](mailto:anamaldo@gmail.com)