

UN PROYECTO DE INTERVENCIÓN A PARTIR DE TAREAS DE GENERALIZAR Y PARTICULARIZAR: TRABAJO COLABORATIVO ENTRE INVESTIGADOR Y FORMADOR DE PROFESORES

VICTORIA MESA PAIS

RESUMEN

En el presente trabajo se describirá una intervención en Matemática Educativa llevada a cabo, en el marco del Diploma en Matemática (IPES–UdelaR), en conjunto con un docente de Profundización en Geometría en torno a la creación e implementación de actividades de particularizar y generalizar sobre el concepto de baricentro. El proceso vivenciado permitió constatar que las actividades de generalizar y particularizar un problema o enunciado matemático, pensadas como actividades de final abierto en una metodología de clase que fomente la producción del conocimiento matemático por parte del estudiante, favorecen que los estudiantes de profesorado de Matemática vinculen los conocimientos que aprenden en sus clases de Matemática de la carrera con los que deberán enseñar en enseñanza media.

LAS PRÁCTICAS DOCENTES Y UNA PROPUESTA DE TRABAJO COLABORATIVO

Mellado (1996) y Marcelo (1994) reportan que la manera en que los estudiantes de profesorado aprenden los conocimientos matemáticos y el modo en que se les ha enseñado influyen en sus prácticas futuras como docentes. Por ello, proponer una metodología de clase que fomente la producción del conocimiento matemático por parte de los estudiantes y tal que el docente sea un facilitador y promotor del aprendizaje, favorece la incorporación de dichas prácticas en el futuro profesor.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, nos propusimos realizar una intervención en cursos de Matemática del profesorado pretendiendo contribuir, desde un conjunto de instancias de trabajo colaborativo, al enriquecimiento de las prácticas docentes. Específicamente, entendemos por intervención en Matemática Educativa (ME) una propuesta de acción original y creativa, programada en el tiempo y desarrollada en forma colaborativa entre un investigador y un profesor de Matemática, desde una concepción teórica determinada, que busca contribuir a las prácticas docentes con el objetivo de mejorar los aprendizajes (Mesa, 2016; Scorza, 2016).

Como parte de la propuesta se acercan al docente herramientas metodológicas para el trabajo en el aula, producto de resultados de investigaciones en ME, poniendo el foco en el diseño y planificación de actividades, su análisis a priori, implementación y análisis a posteriori.

TAREAS DE GENERALIZAR Y PARTICULARIZAR COMO UN CAMINO PARA VINCULAR LA MATEMÁTICA AVANZADA Y LA MATEMÁTICA ESCOLAR EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA

Las tareas o actividades que proponemos a nuestros estudiantes influyen en su aprendizaje, tanto su consigna como su implementación en el aula. La elección de las tareas matemáticas para la clase y la manera en que se pide a los estudiantes que se aproximen a ellas, determinan la calidad de la Matemática en la clase (Simon, 1997; Steinbring, 1998). Es por esto que decidimos poner el foco de nuestro proyecto de trabajo colaborativo, en el diseño de tareas.

La herramienta didáctica que seleccionamos para proponer en la intervención es la de tareas de generalizar y particularizar objetos matemáticos. En Maldonado et al. (2015) se identifican estas actividades como un tipo de tareas de atención a similitudes y diferencias entre objetos matemáticos (Zaslavsky, 2008), dentro de las denominadas tareas de final abierto (Zaslavsky, 1995).

A partir de las definiciones dadas por Polya (1965) de los constructos “generalizar” y “particularizar” en la resolución de un problema matemático, en Maldonado et al. (2015) se conceptualizan las tareas de generalizar como actividades que “invitan a atender propiedades de uno o más objetos matemáticos particulares y proponer que los alumnos investiguen si conjuntos de objetos, que incluyen al particular, conservan la o las propiedades originales” (pp. 83-84). Mientras que, en las tareas de particularizar, “partiendo de una situación o problema se recurre a un caso particular para realizar ciertas conjeturas y brindar argumentos para la misma” (p. 84). En ambos tipos de tareas se busca que el estudiante analice no solo si un cierto resultado es válido para el caso particular o el general, sino también si los argumentos dados son válidos al pasar de un contexto al otro.

Específicamente en formación docente, este tipo de actividades, además de constituir interesantes problemas matemáticos, permiten el acercamiento del estudiante, futuro profesor, a problemas que tratan un cierto saber desde distintas perspectivas, lo que brinda herramientas para pensar su abordaje en los diferentes niveles educativos. Así como el contacto con metodologías de trabajo donde el eje central es, a través de un trabajo conjunto entre estudiantes y docente, la construcción del conocimiento matemático en el aula entendida como un espacio de indagación y aprendizaje.

Por otra parte, Ticknor (2012) reporta una investigación sobre la dificultad que presentan los estudiantes de profesorado para realizar conexiones interesantes entre los conocimientos matemáticos avanzados que son abordados en un curso de su formación, concretamente en álgebra abstracta, y los conocimientos matemáticos que luego deberán enseñar a sus alumnos de educación media. Buscando atender a esta problemática, el autor plantea la necesidad de establecer, en las clases de Matemática del profesorado, conexiones explícitas con la Matemática que los estudiantes, futuros profesores, habrán de enseñar, profundizando así su comprensión de los conocimientos matemáticos.

Dos aspectos importantes para hacer explícitas dichas conexiones son: el contenido abordado, que debe ser tal que lleve al estudiante a preguntarse sobre contenidos de enseñanza media, y el rol del docente en la implementación de las actividades. Pero pensamos que el tipo de tarea propuesta también es influyente. Entendemos que las tareas de generalizar y particularizar pueden contribuir a lograr tal objetivo. Por un lado, al revisitar un tema que tienen que enseñar en enseñanza media, tanto

cuando a partir de un resultado que se maneja en ese ciclo se intenta generalizar a otro contexto como cuando se logra detectar que un determinado conocimiento a enseñar en ese ciclo es un caso particular de algo más general que están viendo en su clase de formación docente. Por otro, porque este tipo de tareas favorece que los estudiantes comprendan que muchos de los conceptos o propiedades que se enseñan en nivel medio son casos particulares de otras más generales, y, como tales, adoptan sus características. Esto posibilita una mayor comprensión de los fundamentos, argumentos y explicaciones de los contenidos abordados y las relaciones entre ellos.

RELATO DE UN CASO: LA INTERVENCIÓN REALIZADA

La intervención fue implementada en el año 2016 en un instituto de formación de profesores del país, con un profesor de la asignatura Profundización en Geometría del último año de la carrera de profesorado de Matemática. La misma se desarrolló en cinco etapas, que se describen a continuación.

Etapa 1: Presentación del proyecto. Se presenta en qué consiste la intervención, cuáles son sus objetivos y cuál es el rol del investigador.

El profesor acuerda con la propuesta, se muestra abierto e interesado en participar. Se reflexiona de manera conjunta sobre las prácticas docentes recomendadas para la formación docente por investigaciones en ME así como la problemática planteada por Ticknor (2012) sobre las dificultades que presentan los estudiantes de profesorado, produciéndose diferentes puntos de vista que enriquecen la reflexión.

Etapa 2: Presentación del marco teórico: caracterización y ejemplificación de las actividades de generalizar y particularizar (Polya, 1965,1966; Davis y Hersh, 1989); caracterización de tareas de atención a similitudes y diferencias (Zaslavsky, 2008) y presentación de las tareas de generalizar y particularizar como un tipo de ellas (Maldonado et al., 2015). Se reflexiona sobre la importancia de las tareas que proponemos a nuestros estudiantes y sobre el rol del docente en la implementación de estas actividades para un mejor aprovechamiento de las mismas (Swan, 2008). En esta etapa además el docente nos expresa los objetivos y contenidos del curso, buscando identificar en conjunto en qué momentos puede ser conveniente implementar este tipo de tareas.

Etapa 3: Elaboración de tareas de generalizar y particularizar desde un trabajo colaborativo entre docente e investigador. Se analiza su adecuación a los objetivos y contenidos del curso, su implementación en la clase, las metodologías de trabajo convenientes para un mayor aprovechamiento de la propuesta y el potencial a priori de las actividades pensadas.

El profesor formador aporta desde su conocimiento de los estudiantes, de los contenidos del curso y desde su experiencia como docente de la asignatura, y el docente investigador, desde el marco teórico en que se enmarca la intervención y sobre aspectos metodológicos.

A partir del concepto de baricentro en un triángulo y su existencia (problema original), se elaboran las siguientes consignas:

1) “Particularizar la noción de baricentro de un triángulo a un segmento” (para ser trabajada en una clase previa a la visitada por el investigador). Entendemos que ‘este puede ser visto como un caso particular del problema original para el caso en que dos de los vértices del triángulo coinciden.

2) “Generalizar la noción de baricentro de un triángulo a un cuadrilátero” (para ser trabajada en la clase visitada por el investigador). La generalización del problema original consiste en definir y construir el baricentro para polígonos de cualquier cantidad de lados, pero se plantea abordar en esta primera instancia el caso de los cuadriláteros.

Se acuerda plantearlas en el aula mediante una modalidad de taller, en parejas, teniendo disponible el software GeoGebra, con tiempo suficiente para que los estudiantes logren establecer conjeturas y refutarlas o confirmarlas.

Etapas 4: Puesta en escena. El profesor implementa las actividades con sus estudiantes, el rol del investigador en esta instancia es el de acompañar para facilitar el análisis crítico posterior a la puesta en escena.

Los estudiantes desarrollaron diversas estrategias de resolución, algunas de ellas previstas en el análisis a priori de la actividad y otras nuevas.

Etapas 5: Entrevista final entre el profesor y el investigador para un análisis a posteriori de la propuesta en relación a la potencialidad de las actividades y de la metodología de trabajo utilizada, y a la posibilidad de continuidad.

El profesor valora positivamente la dinámica de la clase, que surgieran de los estudiantes algunas respuestas a las consignas y que se mostraran animados con la misma. Por otra parte, sostiene que para que los estudiantes puedan demostrar, además de conjeturar, necesitan tener una base teórica que según deja entrever se lograría a través de clases más ‘tradicionales’. Sí considera factible la construcción de conocimientos por parte de los estudiantes para una etapa posterior.

Plantea además que tiene en mente trabajar a futuro con la generalización del concepto de ortocentro y por ende la generalización de la recta de Euler. En cuanto a lo metodológico, percibe como favorable trabajar con una dinámica de clase muy similar a la dada, apostando a que con el tiempo surjan otras ideas nuevas y adquiriendo así otra dinámica de trabajo. Agrega: “yo lo pienso como una idea progresiva de ir incorporando cierto [...] tipo de ideas para poder generar actividades de tipo y hacerlo más fluido”.

Respecto a la idea de generalizar y particularizar, afirma que la misma siempre aparece en las clases de Matemática de los distintos cursos, incluso en las clases más tradicionales, donde el docente puede mostrar y los estudiantes pueden observar distintas generalizaciones. Pero ello es diferente a proponer como consigna una actividad de generalizar y particularizar a los estudiantes. El docente concibe esto viable principalmente en los cursos de Geometría, no visualizando inmediatamente cómo hacerlo en otras asignaturas, pero no descartando la posibilidad.

Por otro lado, menciona que, si bien el conocimiento matemático en juego en la propuesta ya era previamente conocido por él, la intervención le permitió conocer determinados materiales que le dieron la posibilidad de mirar ese conocimiento desde otro lugar, logrando organizarlo mejor y por ende plantearlo mejor.

REFLEXIONES FINALES

Consideramos como uno de los aportes de la intervención acercar al profesor un marco metodológico específico que permitiera plasmar un conocimiento matemático previamente investigado por él en una tarea de aula para los estudiantes de profesorado, desde una nueva metodología de trabajo, tanto en lo concerniente a la consigna de la tarea como a su implementación en la clase. Ello se evidencia en la proyección del docente de incorporar a algunas de sus clases, nuevas metodologías que enfatizan la producción de conocimientos por parte de los estudiantes.

En lo que refiere al conocimiento de los estudiantes, consideramos que la intervención pudo aportar implícitamente a la problemática detectada por Ticknor (2012). Al generalizar el concepto de baricentro a un cuadrilátero, que constituye un conocimiento avanzado, los estudiantes deben revisar sus concepciones, argumentos y justificaciones sobre el baricentro de un triángulo y otros conceptos o propiedades geométricas, que incluyen conocimientos más básicos o previamente conocidos. Además, para que el problema tuviera sentido para los estudiantes, primeramente se tuvo que recordar de manera explícita qué era el baricentro de un triángulo, cómo se construye y sus propiedades principales: métricas y físicas. Cuando los estudiantes proponen la generalización, lo hacen a partir de esas ideas, intentando mantener las propiedades abordadas, pero ahora para los cuadriláteros. Por otro lado, de manera implícita la intervención buscó aportar al conocimiento didáctico de los futuros profesores, al vivenciar una modalidad de trabajo basada en la construcción de conocimientos por parte de los estudiantes, acorde a las recomendaciones didácticas de investigaciones en ME.

Creemos, además, que el trabajo colaborativo es siempre una instancia de enriquecimiento profesional para todos, docentes e investigadores.

REFERENCIAS

- [1] Davis, P. y Hersh, R. (1989). *Experiencia matemática*. Sección: Generalización. pp. 105-107. Barcelona: MEC y Labor.
- [2] Maldonado, A., Medina, L., Mesa, V., Molfino, V., Ochoviet, C., Pagés, D., Rivero, F. (2015). Tareas enfocadas a similitudes y diferencias como motor para el aprendizaje de la matemática: nuevas categorías. En Buendía, G., Molfino, V., Ochoviet, C. *Estrechando lazos entre investigación y formación en Matemática Educativa*. Vol. II. Consejo de Formación en Educación. Departamento de Matemática. Uruguay.
- [3] Marcelo, C. (1994). Investigaciones sobre prácticas en los últimos años: qué nos aportan para la mejora cualitativa de las prácticas. Ponencia presentada al III Symposium Internacional sobre Prácticas Escolares, Poio.
- [4] Mellado, V. (1996). Concepciones y prácticas de aula de profesores de ciencias, en formación inicial de primaria y secundaria. En *Investigación y experiencias didácticas*. Enseñanza de las ciencias, 14 (3), 289-302.
- [5] Mesa, V. (2016). Actividades de generalizar y particularizar como medio para vincular la Matemática avanzada y la Matemática escolar en la formación de profesores de Matemática (tesina de Diploma no publicada). Consejo de Formación en Educación – Universidad de la República. Montevideo, Uruguay.
- [6] Polya, G. (1965): *Cómo plantear y resolver problemas*. Ed. Trillas. México.
- [7] Polya, G. (1966). *Matemáticas y razonamiento pausable*. Madrid: Tecnos.
- [8] Scorza, V. (2016). Las tareas de final abierto y su potencial para la enseñanza de la matemática en la formación de profesores (tesina de Diploma no publicada). Consejo de Formación en Educación – Universidad de la República. Montevideo, Uruguay.
- [9] Simon, A. M. (1997). Developing new models of mathematics teaching: An imperative for research on mathematics teacher development. En E. Fennema y B. Scott-Nelson (Eds.), *Mathematics teachers in transition* (pp. 55–86). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- [10] Steinbring, H. (1998). Elements of epistemological knowledge for mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(2), 157–189.
- [11] Swan, M. (2008). The design of multiple representation tasks to foster conceptual development. Recuperado desde <http://tsg.icme11.org/document/get/289>.
- [12] Ticknor, C. (2012). Situated learning in an abstract algebra classroom. *Educ Stud Math* 81: 307-323.
Zaslavsky, O. (1995). Open-ended tasks as a trigger for mathematics teachers' professional development. *For the Learning of Mathematics*, 15(3), 15-20.
- [13] Zaslavsky, O. (2008). Attention to similarities and differences: A fundamental principle for task design and implementation in mathematics education. En 11th International Congress on Mathematics Education (ICME-11), México. Recuperado desde <http://tsg.icme11.org/document/get/290>.

CES, URUGUAY

Email address: vickymesa_16@hotmail.com